

'Mirabilem sane detexi'-доказательство 1637г.

Аннотация: «Тройки Пьера Ферма» не могут быть попарно взаимно простыми в отличие от «примитивных» троек Пифагора.

«Последняя Теорема Ферма» (ПТФ) – без ущерба для общности :
уравнение $a^n + b^n = c^n$ при $n > 2$ не имеет решения в натуральных
попарно взаимно простых a, b, c .

Рассмотрим оригинальные тройки Пифагора и Ферма, - не имеющие
общего множителя¹, и зададим связь суммы с одним из слагаемых $c = a + k$:
 $(a + k)^n = a^n + b^n$.

где a и k взаимно просты, чтобы не нарушить взаимную простоту a и b .

По биному Ньютона $na^{n-1}k + \frac{1}{2}n(n-1)a^{n-2}k^2 + \dots + nak^{n-1} + k^n = b^n$, -
следовательно, b^n тоже делится на k , и в :

$$na^{n-1} + \frac{1}{2}n(n-1)a^{n-2}k + \dots + nak^{n-2} + k^{n-1} = b^n/k, -$$

b^n/k - целое число, взаимно простое с a , - взаимно простым и с k , -
поэтому «тройка ПТФ» может существовать лишь тогда, когда показатель
 n в ней делит b^n/k , - а в частности, при $k = 1$, - если b^n кратно n .

Во втором слагаемом a сомножитель n невозможен из-за взаимной
простоты пар тройки a, b, c , и задание его связи с суммой c подобно выше
изложенному исключает существование *троек Ферма* соответственно ПТФ.

И только при $n = 2$, т.е. для $(a + k)^2 = a^2 + b^2$ или $(b + m)^2 = a^2 + b^2$
соответствующие $2a + k = b^2/k$ или $2b + m = a^2/m$ позволяют сохранить²
взаимную простоту a и b благодаря $a^2 = mj_m$ и $b^2 = kj_k$, где $m \geq 1$ и $k \geq 1$
содержат квадраты, при том что одно из слагаемых - обязательно чётное..

¹ _ исторический эпитет «примитивная»- отделяет оригинальные экземпляры троек от бесконечности порождённой каждой «уникальным способом» умножения всех в тройке на одно и то же число.

² _ тождеством $(A+B)^2 = (A-B)^2 + 4AB$ _ подстановкой взаимно простых квадратов разной чётности.

Это тождество допускает наличие двух одинаковых чисел в разных экземплярах { $A-B = a+b$, $AB = ab$,
когда $AB = (j-1)j(j+1)$ }, поэтому ПТФ для биквадратов казалась странной :_ а почему бы не подобрать
для $n = 4$ подходящую пару троек Пифагора ?_ И Ферма *показал*, что в $(j-1)j(j+1)$ - лишь один квадрат.