УДК = 51(091)

«Потеря информации» при тождественном преобразовании выражения

Пьер Ферма в 1637 году обнаружил этот факт, применив изобретенные им начала математического анализа функций в качестве средства доказательства так называемой «последней» его теоремы (далее - **ПТФ,** - м.б., … и «проделки»).

Решение уравнения $a^n + b^n = c^n$ в ней легко сводится к поиску корней уравнения с единственной переменной **X** заданием двух параметров **p** и **q**, позволяющим снизить на единицу порядок **n** алгебраической левой части :

$$\mathbf{X}^n - (\mathbf{X} - \mathbf{p})^n - \mathbf{q}^n = 0.$$

При **n** = 2 имеем для троек Пифагора (**ТП**) линейное условие получения :

$$2\mathbf{pX} - \mathbf{p}^2 - \mathbf{q}^2 = 0, -$$

и тождество $(A+B)^2 - (A-B)^2 = 4AB$ позволяет найти все **ТП** для всех <u>квадратов целых чисел</u>, подставляемых на место A и B, так что искомый $\mathbf{X}_{pq} = A+B$.

В случае же **n** = 3 получается квадратное уравнение для **X**:

$$\mathbf{p}(3\mathbf{X}^2 - 3\mathbf{pX} + \mathbf{p}^2) - \mathbf{q}^3 = 0, - \qquad -$$

и нет элементарного доказательства **ПТФ** для кубов при этом представлении уравнения $\mathbf{F}(X;\, n,p,q). = 0$, когда матанализ функции $\mathbf{F}(X;\, 3,p,q).$ даёт для неё единственный экстремум при $\mathbf{F'}(X;\, 3,p,q) = 0$, - а именно : $2\mathbf{X}_m - \mathbf{p} = 0$.

Но **до** тождественного упрощения $\mathbf{F}(X;\, n,p,\, q). = \mathbf{X}^n - (\mathbf{X} - \mathbf{p})^n - \mathbf{q}^n$ производная этой функции при **n** = 3 имела вид $\mathbf{F'}(X;\, 3,p,q) = 3\mathbf{X}^2 - 3(\mathbf{X} - \mathbf{p})^2$, так что условие наличия экстремума, т.е. фактически, $\mathbf{X}^2 = (\mathbf{X} - \mathbf{p})^2$, выполнялось в бесконечном числе случаев <u>при натуральных значениях</u> **X** и (**X** - **p**), что абсурдно в алгебре, доказывая **ПТФ** для **n** = 3, и - <u>по той же причине</u> - в общем виде **n** > 2 .

Однако, случай биквадратов вызывает, на первый взгляд, недоумение, т.к. для получения *тройки Ферма* достаточно подобрать пару троек Пифагора с двумя общими числами : $(c^2+b^2)(c^2-b^2) = a_1^4 a_2^4$, - тем более, что упомянутое выше тождество $(A+B)^2-(A-B)^2 = 4AB$, порождающее **ТП** подстановкой $A = a^2$, $B = b^2$, имеет подобные пары - с общими числами $A_1B_1 = A_2B_2$ и $A_1+B_1 = A_2-B_2$, - когда $A_iB_i = (j-1)\, j\, (j+1)$, – т.е. произведение трёх подряд[1] натуральных чисел.

Но для троек Пифагора это «подобие» исключено, т.к. в дюбой тройке таких чисел : $(j-1)$, j, $(j+1)$, - может найтись лишь один квадрат целого числа[2].

---

[1] При $j(j-1) = A_1$ и $j(j+1) = A_2$ имеем $A_1+B_1= j(j-1) + (j+1) = A_2 - B_2 = j(j+1) - (j-1) = j^2+1$.

[2] Запрет двум **ТП** иметь пару общих чисел [доказан в 1988 г.](http://www.mathmeth.com/tom/files/pyth.pdf) *методом … бесконечного спуска -* http://www.mathmeth.com/tom/files/pyth.pdf , *как и* **ПТФ** *для биквадратов - самим Пьером Ферма, но, скорее всего, - только с целью иллюстрации усовершенствования им древнего метода.*